

問題 1 逓増定期保険の一時払純保険料

2020 年間 2 (2)

予定利率が i で、 x 歳加入、保険料一時払、第 t 保険年度 ($1 \leq t \leq n$) の死亡には保険金額 $\ddot{a}_{\overline{t}|}$ をその年度末に支払う保険期間 n 年の逓増定期保険を考える。

ここで、予定利率が j で、 x 歳加入、保険料一時払、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の定期保険の一時払純保険料を $A^{[j]}$ と表すこととすると、この逓増定期保険の一時払純保険料 A は、 $A^{[j]}$ の形を用いて次のとおり表せる。

$$A = \frac{1}{\boxed{\text{①}}} \cdot (A^{[\boxed{\text{②}}]} - A^{[\boxed{\text{③}}]})$$

①～③の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

- (A) v (B) v^2 (C) $\frac{1}{v}$ (D) d (E) d^2
 (F) i (G) i^2 (H) $i^2 + i$ (I) $i^2 + 2i$ (J) $i^2 + 2i + 1$

解説 逓増定期保険の一時払純保険料

☐ ☐ ☐ ☐

ポイント：

選択肢が保険期間 n に依存しないため、計算しやすい n について、一時払純保険料を求めてみる。

解答例：

$n = 2$ のとき、収支相等の原則から、

$$A = vq_x \times \ddot{a}_{\overline{1}|} + v^2 p_x q_{x+1} \times \ddot{a}_{\overline{2}|} \quad \cdots \quad \text{①}$$

教科書（上巻）14 ページ（1.5.3）より、 $\ddot{a}_{\overline{t}|} = \frac{1-v^t}{d}$ $\cdots$ ②

②を①に代入すれば、

$$\begin{aligned} A &= vq_x \times \frac{1-v}{d} + v^2 p_x q_{x+1} \times \frac{1-v^2}{d} = \frac{1}{d} \times \{vq_x \times (1-v) + v^2 p_x q_{x+1} \times (1-v^2)\} \\ &= \frac{1}{d} \times \{(vq_x + v^2 p_x q_{x+1}) - (v^2 q_x + v^4 p_x q_{x+1})\} \quad \cdots \quad \text{③} \end{aligned}$$

ここで、③の最後の式の $\{ \}$ 内のうち、

$vq_x + v^2 p_x q_{x+1}$ ：予定利率 i の定期保険 $\Rightarrow A^{[i]}$

$v^2 q_x + v^4 p_x q_{x+1}$ ：予定利率 j の定期保険 $\Rightarrow A^{[j]}$

となるが、予定利率 j については、 $v^2 = \frac{1}{1+j}$ となるので、予定利率 i を用いて表せば、

$$\left(\frac{1}{1+i}\right)^2 = \frac{1}{1+j} \text{ となる。}$$

よって、 $j = (1+i)^2 - 1 = (1+2i+i^2) - 1 = 2i+i^2$ となる。

ゆえに、③より、

$$A = \frac{1}{d} \times (A^{[i]} + A^{[j]}) = \frac{1}{d} \times (A^{[i]} + A^{[2i+i^2]})$$

正解

①(D)、②(F)、③(I)

補足：

2003 年問題 2(1)と全く同じ問題。